

Allgemeins	
Dreiecksungleichung	Cauchy-Schwarz-Ungleichung
$ x + y \leq x + y $	$ x \cdot y \leq x \cdot y $
Geometrische Summenformel	Bernoulli-Ungleichung
$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$	$(1 + a)^n x \in \mathbb{R} \geq 1 + na$
Binomialkoeffizient	Binomische Formel
$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$
Bekannte Werte	Gaußklammer:
$e \approx 2.71828$ ($2 < e < 3$)	$\lfloor x \rfloor = \text{floor}(x)$
$\pi \approx 3.14159$ ($3 < \pi < 4$)	$\lceil x \rceil = \text{ceil}(x)$
Fakultäten $0! = 1! = 1$	Mitternachtsformel
	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$
Binomische Formel	
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	

Complexe Zahlen	
$\frac{1}{i} = i^{-1} = -i$	$i^2 = -1$
$\sqrt{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$	
$z \in \mathbb{C} = a + bi$	$z = r \cdot e^{i\varphi}$
$z_0 + z_1 = (a_0 + a_1) + (b_0 + b_1)i$	
$z_0 \cdot z_1 = (a_1a_2 - b_1b_2) + i(a_1b_2 + a_2b_1) = r_0r_1e^{i(\varphi_0+\varphi_1)}$	
$z^x = r^x \cdot e^{\varphi i \cdot x}$	$x \in \mathbb{R}$
$\frac{z_0}{z_1} = \frac{r_0}{r_1}e^{i(\varphi_0-\varphi_1)}$	
$z^* = a - ib = re^{-i\varphi}$	
$r = z \quad \varphi = \begin{cases} +\arccos(\frac{a}{r}) & : b \geq 0 \\ -\arccos(\frac{a}{r}) & : b < 0 \end{cases}$	
$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$	$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$
$\tan(x) = \frac{1}{2}i \ln\left(\frac{1+ix}{1-ix}\right)$	$\arctan(x) = \frac{1}{2}i \ln\left(\frac{1+ix}{1-ix}\right)$
Trigonmetrie	
Additionstheorem	
$\sin(x + y) = \cos(x) \sin(y) + \sin(x) \cos(y)$	
$\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$	
$\tan(x + y) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a) \tan(b)}$	

$\arctan(x) + \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$
$\arctan\left(\frac{1}{x}\right) + \arctan(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & : x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & : x < 0 \end{cases}$
Doppelwinkel Formel
$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$
$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$
$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$
$\cos(-x) = \cos(x)$
$\sin(-x) = -\sin(x)$
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
Substitution mit Hilfsvariable
$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
$\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$
$\tan(x) = -\cot(x + \frac{\pi}{2})$
$\cot(x) = -\tan(x + \frac{\pi}{2})$
$\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin(x)$
$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos(x)$
$\sin(x) \cos(y) = \frac{1}{2} \sin(x - y) + \frac{1}{2} \sin(x + y)$
Für $x \in [-1, 1]$
$\arcsin(x) = -\arccos(x) - \frac{\pi}{2} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
$\arccos(x) = -\arcsin(x) + \frac{\pi}{2} \in [0, \pi]$

Folgen
Beschränkt: $\exists k \in \mathbb{R}$ sodass $ a_n \leq k$
• Beweise: durch Induktion
• Beweise: Hat min. ein konvergent Teilfolge
• (Beweise: Ungleichung $ a_n \leq k$)
Monoton fallend/steigended
• Beweise: Induktion
Fallend
$a_{n+1} \leq a_n, \quad a_{n+1} \geq a_n$
Steigend
$\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1, \quad \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$

Konvergentz Allgemein
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$
$\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N}$ sodass
• Konvergent $\rightarrow a$: $a_n \in [a - \varepsilon, a + \varepsilon]$
• Divergent $\rightarrow \infty$: $a_n \in [\varepsilon, \infty)$
• Divergent $\rightarrow \infty$: $a_n \in (-\infty, \varepsilon)$
$\forall n > n_\varepsilon$
Konvergentz Häufungspunkte
• $a_n \rightarrow a \Leftrightarrow$ Alle Teilfolgen $\rightarrow a$
Folgen in $\mathbb{C}$ (Alle Regeln von $\mathbb{R}$ gelten)
• $z_n \in \mathbb{C} : \lim z_n \Leftrightarrow \lim z_n = 0$
• Zerlegen in $a + bi$ oder $ z \cdot e^{i\varphi}$
Folgen Konvergenz Strategien
• Von Bekannten Ausdrücken aufbauen
• Monoton UND Beschränkt $\Rightarrow$ Konvergenz

• Fixpunk Gleichung: $a = f(a)$
für rekursive $a_{n+1} = f(a_n)$ (Zu erst machen!)
• Bernoulli-Ungleichung Folgen der Art $(a_n)^n$:
$(1 + a)^n \geq 1 + na$
• Sandwichtheorem:
$b_n \rightarrow x$: $a_n \leq b_n \leq c_n$, wenn $a_n \rightarrow x$ und $c_n \rightarrow x$
• Zerlegen in Konvergente Teil folgen
(Vorallem bei $(-1)^n \cdot a_n$)
• (Cauchyfolge
$\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N}$ sodass
$\forall m, n \geq n_\varepsilon : a_n - a_m < \varepsilon$
Cauchyfolge $\Rightarrow$ Konvergenz)
Divergenz
• a_n unbeschränkt $\Rightarrow$ divergenz
• Vergleichskriterium:
$b_n \rightarrow -\infty$: $b_n \leq c_n$, wenn $c_n \rightarrow -\infty$
$b_n \rightarrow +\infty$: $c_n \leq b_n$, wenn $a_n \rightarrow +\infty$

<i>L'Hospital</i>
$x \in (a, b) : \lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)}{g(x)}$
(Konvergenz gegen b , beliebiges a)
Bendingungen:
1. $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \lim_{x \rightarrow b} g(x) = 0$ oder ∞
2. $g'(x) \neq 0, x \in (a, b)$
3. $\lim_{x \rightarrow b} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ konveriert
$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow b} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
Kann auch Reksuive angewendet werden!
Bei " $\infty \cdot 0$ " mit $f(x)g(x) = \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$

Bekannte Folgen	
$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = a + b$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{a}{b}$
$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = a \cdot b$	für $(b \neq 0)$
$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \sqrt{a}$	$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a $
$\lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot a_n = c \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = +\infty$
$\lim_{n \rightarrow \infty} k = k, k \in \mathbb{R}$	$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$
$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \begin{cases} 0 & q < 1 \\ \pm \infty & q = 1 \\ +\infty & q > 1 \end{cases}$	

Teilfolgen
$a_k \subset a_n$ (z.B $k = 2n + 1$)
• Index muss streng monoton steigen!
• Beschränkte $a_n \Rightarrow$ min eine konvergente a_k
• Konvergenz-Werte von a_k sind Häufungspunkte
• Wenn alle a_k gegen <u>genau eine</u> Häufungspunk konvergiert $\Leftrightarrow a_n$ konvergent

Reihen
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert NICHT
• Absolute Konvergenz
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent
• Partialsummen
ALLE Partialsummen von $\sum_{k=1}^{\infty} a $ beschränkt
$\Rightarrow$ <i>Absolute Konvergent</i>
• (Cauchy-Kriterium)
konvergent wenn $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N}$
sodass $ s_n - s_m = \left \sum_{k=m+1}^n \right < \varepsilon$
$\forall n_\varepsilon < m < n$
• Leibnitzkriterium
Alternierend + Nullfolge
$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n$ konvergent
• Vergleichskriterium
$a_n, b_n : a_n \leq b_n \quad \forall n \in \mathbb{N} > N_0, N_0 \in \mathbb{N}$
1. $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergent $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n $ konvergent
Suche b_n für Konvergenz
2. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n $ divergent $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergent
Suche $ a_n $ für Divergenz
Nützlich:
• Dreiecksungleichung
• $\forall n > N_0 \in \mathbb{N} \exists k, q \in \mathbb{R}$
sodass $q > 1$: $n^k \leq q^n$ (Potenz stärker Polynom)
• Quotientenkriterium und Wurzelkriterium
1. $\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right $
2. $\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_{n+1} }$
divergent: $\rho > 1$, keine Aussage $\rho = 1$,
konvergent $\rho < 1$
Reihen in $\mathbb{C}$
• Alles

Potenzreihen
$P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (z - z_0)^n \quad z, z_0 \in \mathbb{C}$
Konvergenzradius
$ z - z_0 < R :$
absolute Konvergenz
$ z - z_0 = R :$ Keine Aussage
$ z - z_0 > R :$ Divergent
$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_n}{a_{n+1}} \right = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }}$
$R = \liminf_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_n}{a_{n+1}} \right = \frac{1}{\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }}$

Bekannte Reihen
Geometrische Reihe: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$
• konvergent $ q < 1$, divergent $ q \geq 1$
• Grenzwert: (Muss $n = 0$) = $\frac{1}{1-q}$
Harmonische Reihe: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} = +\infty$
Binomische Reihe:
Reihendarstellungen
$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
$\ln(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{n+1}$
$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$
Funktionen
$f(x) = y, f : A \rightarrow B$
Injectiv (Monomorphismus): one to one
$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$
Surjectiv (Epimorphismis): Output space coverered
• $\forall x \in B : \exists x \in A : f(x) = y$
Bijektiv
injektiv UND Surjectiv $\Leftrightarrow$ Umkehrbar

Funktionen Sätze
$f(x)$ diff'bar $\Rightarrow f(x)$ stetig
$f(x)$ stetig diff'bar $\Rightarrow f(x)$ diff'bar, stetig UND $f'(x)$ stetig
Sei $f : I = [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, stetig auf $x \in I$
• Zwischenwertsatz
$\Rightarrow \forall y \in [\min, \max] \exists \text{ min. ein } x \in [a, b] :$



$f(x) = y$
Beweiß für mindest. n Nst

- Mittelwertsatz der Diff'rechnung**
diff'bar $x \in (a, b)$
 $\Rightarrow \exists x_0 : f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{a-b}$
- Mittelwertsatz der Integralrechnung**
 $g \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar, $g(x) \geq 0 \forall x \in [a, b]$
 $\exists \xi \in [a, b] : \int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx$
- Satze von Rolle**
diffbar $x \in (a, b)$
 $f(a) = f(b) \Rightarrow \exists \min. \text{ ein } x_0 \in (a, b) : f'(x_0) = 0$
Beweiß für max. n Nst,
durchWiderspruchsbweiß mit $f(a) = f(b) = 0$ und Wiederholte Ableitung
- Hauptsatz der Integralrechnung** Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig
 $F(x) = \int_a^x f(t)dt, x \in [a, b]$
 $\Rightarrow F'(x) = f(x) \forall x \in [a, b]$

Stetigkeit

Allgemein

$f(x)$ ist stetig wenn:
$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$$

$x \in \mathbb{D}$ Beachten! Definitionslücken $\neq$ unstätig
Definition gilt auch für $I \subset \mathbb{R}$

Regeln

$f(x), g(x)$ seinen stetig dann sind auch Stetig:
$$f(x) + f \circ g \quad \alpha \cdot f(x) \quad \frac{f(x)}{g(x)} \quad f(x) \cdot g(x)$$

Bekannte Funktion

Stetig	Nicht Stetig
- Polynome, gebrochen - Rationale Fn $\lfloor x \rfloor, \lceil x \rceil$ für $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ - Betrags Funktion - sin, cos, tan	- Stufenfunktion - Fall - Unterscheidungen $\lfloor x \rfloor, \lceil x \rceil$ für $x \in \mathbb{R}$

Ableitung

Differenzierbarkeit

- $f(x)$ ist an der Stelle $x_0 \in \mathbb{D}$ diffbar wenn

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0 \pm} \left(\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \right)$$

- Tangente an x_0 : $f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$
 - Beste **linear** Annäherung
 - Tangente $t(x)$ von $f(x)$ an der Stelle x_0 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} - f'(x_0) = 0$$

Ableitung Regeln

$f(x) + g(x) : f'(x) + g'(x)$
 $f(x) \cdot g(x) : f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 $\frac{f(x)}{g(x)} : \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
 $f(x) = c : f'(x) = 0 \quad c \cdot f(x) : c \cdot f'(x)$
 $(x^{-n})n \in \mathbb{N} : nx^{n-1} \quad e^x : e^x$

- Kettenregel: $f(g(x)) : f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$F(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\frac{1}{q+x} x^{q+1}$	x^q	qx^{q-1}
$\ln x $	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$x \ln(ax) - x$	$\ln(ax)$	$\frac{a}{x}$
$\frac{2}{3} \sqrt{ax^3}$	$\sqrt{ax}$	$\frac{a}{2\sqrt{ax}}$
e^x	e^x	e^x
$\frac{a^x}{\ln(a)}$	a^x	$a^x \ln(a)$
$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$-\ln \cos(x) $	$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos(x)^2}$
$\ln \sin(x) $	$\cot(x)$	$-\frac{1}{\sin(x)^2}$
$x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \arccos(x) - \sqrt{1-x^2}$	$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln 1+x^2 $	$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$x \operatorname{arccot}(x) + \frac{1}{2} \ln 1+x^2 $	$\operatorname{arccot}(x)$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$x \operatorname{arsinH}(x) + \sqrt{1+x^2}$	$\operatorname{arsinH}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$x \operatorname{arcosH}(x) + \sqrt{1+x^2}$	$\operatorname{arcosH}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$x \operatorname{artanH}(x) + \frac{1}{2} \ln(1-x^2)$	$\operatorname{artanH}(x)$	$\frac{1}{1-x^2}$

Extremstellen, Krümmung, Monotonie

Monotonie $\forall x_0, x_1 \in I, x_0 < x_1 \Leftrightarrow f(x_0) \leq f(x_1)$
Hinreichende: $f'(x) \geq 0$
Konstante Funktion bei $f'(x) = 0$
Streng Monoton $\forall x_0, x_1 \in I, x_0 < x_1 \Leftrightarrow f(x_0) < f(x_1)$
Notwendig: $f'(x) \geq 0$ (Aber nicht hinreichend)

Extremstellen Kandidaten

- $f'(x) = 0$
- Definitionslücken
- Randstellen von $\mathbb{D}$

Minima

$x_0, x \in I : f(x_0) < f(x)$
 $f''(x) > 0$
 $f'(x) : -0 +$
Wendepunkt
 $f''(x) = 0$
 $f'(x) : \pm ? \pm$

Maxima

$x_0, x \in I : f(x_0) > f(x)$
 $f''(x) < 0$
 $f'(x) : +0 -$
Stattelpunkt/ Terrasenpunkt
 $f'''(x) \neq 0$
 $f''(x) = 0$
 $f'(x) : \pm 0 \pm$

Extremstelle

$f'(x) = 0$
konkav $f''(x) \leq 0$
rechtsgekrümmt
Sekante liegt unter $f(x)$
(eingebäult, von $y = -\infty$ aus)

konvex $f''(x) \geq 0$
linksgekrümmt
Sekante liegt über $f(x)$
(ausgebaucht, von $y = -\infty$ aus)

Strange Konkav/Konvex

Notwendig $f''(x) \leq 0$

Integral

Wenn $f(x)$ stetig und monoton $\Rightarrow$ integrierbar
Summen: $\int f(x) + g(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)$
Vorfaktoren: $\int \lambda f(x)dx = \lambda \int f(x)dx$
Ungleichung:
 $f(x) \leq g(x) \forall x \in [a, b] \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$
 $\left| \int_a^b f(x)dx \right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$
Partial Integration
 $\int u(x) \cdot v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x) \cdot v(x)$
 $\int_a^b u(x) \cdot v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x) \cdot v(x)$
Substitution
 $\int_{x_0}^{x_1} f(\underbrace{g(x)}) \cdot g'(x)dx$

- Ersetzung: $t := g(x)$
- Umformen: $\frac{dy}{dx} = g'(x)$
- x -kürzen sich weg

Integral

Riemann Integral

$$\sum_{x=a}^b f(i)(x)$$

Summen: $\int f(x) + g(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)$
Vorfaktoren: $\int \lambda f(x)dx = \lambda \int f(x)dx$
Integral Type

- Eigentliches Int.: $\int_a^b f(x)dx$
- Uneigentliches Int.:
 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_a^{b+\varepsilon} f(x)dx$
 $\lim_{\varepsilon \rightarrow \pm\infty} \int_a^\varepsilon f(x)dx$
- Unbestimmtes Int.: $\int f(x)dx = F(x) + c, c \in \mathbb{R}$ - Uneigentliches Int.:

Cauchy-Hauptwert

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)$
NUR konvergent wenn:
 $\lim_{R \rightarrow -\infty} \int_R^a f(x)dx$ und $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^R f(x)dx$
konvergent für $a \in \mathbb{R}$
 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ existiert
 $\Rightarrow \lim_{M \rightarrow \infty} \int_{-M}^M f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$

Partial Integration

$\int u(x) \cdot v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x) \cdot v(x)$

Substitution

$\int_{x_0}^{x_1} f(\underbrace{g(x)}) \cdot \frac{1}{g'(x)}dx$

- Ersetzung: $dx := dt \cdot g'(x)$ und $t := g(x)$
- Grenzen: $t_0 = g(x_0), t_1 = g(x_1)$
- x -kürzen sich weg

Absolute “Konvergenz”

Wenn $g(x)$ konvergent, $|f(x)| \leq g(x) \Rightarrow f(x)$ konvergent

Partial-Bruch-Zerlegung

Form: $\int \frac{\text{Zähler Polynom}}{\text{Nenner Polynom}}, \deg(\text{Nenner}) < \deg(\text{Zähler})$
 $\deg(\text{Zähler}) \geq \deg(\text{Nenner}) \rightarrow$
Polynomdivision

- Faktorisieren des Nenners (Nst finden)**,
Polynomdivision, Raten, Binomische Formel
Resulat: $N = (x - x_0)^{n_0+} (x - x_1)^{n_1} \dots (x^2 + bx + c)^{m_1}$

- Ansatz: A**
 $(x - x_0)^n \rightarrow \frac{A}{(x - x_0)^n} + \frac{B}{(x - x_0)^{n-1}} \dots + \frac{C}{x - x_0}$
 $(x^2 + bx + c)^n \rightarrow \frac{Ax+B}{(x^2+bx+c)^n} \dots + \frac{Cx+D}{(x^2+bx+c)^1}$
- Durchmul.** Ansatz $\cdot \frac{1}{\text{Fakt. Nenner}} = \text{Zähler}$
- $A, B, \dots$: Nst einsetzen, dann Koeffizientenvergleich
- Integral wiederzusammen setzen + c**
- Summen teile integrieren
 $\delta = 4a - b^2$
$$\int \frac{1}{x-x_0} \ln|x-x_0| \frac{1}{(x-x_0)^n} - \frac{1}{(n-1)(x-x_0)^{n-1}}$$
$$\int \frac{1}{x^2+bx+c} \frac{2}{\sqrt{\delta}} \arctan\left(\frac{2x+b}{\sqrt{\delta}}\right)$$
$$\int \frac{1}{(x^2+bx+c)^n} \frac{2}{(n-1)(\sigma)(x^2+bx+c)^{n-1}} + \frac{2(2n-3)}{(n-1)(\delta)} + (C)$$

Sin-Table				
x	α	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$
0	0°	1	0	0
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	0	1	x
$\frac{2\pi}{3}$	120°	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\sqrt{3}$
$\frac{3\pi}{4}$	135°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
$\frac{5\pi}{6}$	150°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
π	180°	-1	0	0
$\frac{7\pi}{6}$	210°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{5\pi}{4}$	225°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{4\pi}{3}$	240°	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{3\pi}{2}$	270°	0	-1	x
$\frac{5\pi}{3}$	300°	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\sqrt{3}$
$\frac{7\pi}{4}$	315°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
$\frac{11\pi}{6}$	330°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
2π	360°	1	0	0

Notwendig und Hinreichend

$\neg$ not. $\Rightarrow$ $\neg$ Satz

hin. $\Rightarrow$ Satz

03.02.2026

- 2 -

Satz $\Rightarrow \forall$ not.	$\neg$ Satz $\Rightarrow \forall \neg$ hin.
not. $\nRightarrow$ Satz	$\neg$ hin. $\nRightarrow$ Satz