Analysis 1 (IE)

Folgen

$$\lim_{x\to\infty} a_n$$

Beschränkt: $\exists k \in \mathbb{R}$ sodass $|a_n| \leq k$

- Beweiße: durch Induktion
- Beweiße: Hat min. ein konvergent Teilefolge
- (Beweiße: Ungleichung $|a_n| \leq k$)

Monoton fallend/steigended

- Beweise: Induktion

Fallend	**Fallend**
$a_{n+1} \leq a_n$	$a_{n+1} \geq a_n$
$\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$	$\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

Konvergentz Allgemein

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a$$

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N}$ sodass

- Konvergent $\to a$: $a_n \in [a-\varepsilon, a+\varepsilon]$
- Divergent $\to \infty$: $a_n \in [\varepsilon, \infty)$
- Divergent $\to \infty$: $a_n \in (-\infty, \varepsilon)$

$\forall n > n_\varepsilon$

Konvergentz Häufungspunkte

- $a_n \to a \Leftrightarrow$ Alle Teilfolgen $\to a$

Konvergenz Beweißen

- Monoton UND Beschränkt $\Rightarrow$ Konvergenz
  NICHT Umgekehert
- (Cauchyfolge
  $\forall \varepsilon > 0 \; \exists n_\varepsilon \in \mathbb{N}$ sodass
  $\forall m, n \geq n_\varepsilon : |a_n - a_m| < \varepsilon$
  Cauchyfolge $\Rightarrow$ Konvergenz)

Konvergent Grenzwert finden

- Von Bekannten Ausdrücken aufbauen
- Fixpunk Gleichung: $a = f(a)$
  für $a_{n+1} = f(a_n)$
- Bernoulli-Ungleichung Folgen der Art $(a_n)^n$:
  $(1+a)^n \geq 1 + na$

Konvergent Folge Regeln

$$\lim_{n\to\infty} (a_n + b_n) = a + b \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{n\to\infty} (a_n \cdot b_n) = a \cdot b$$

für $(b \neq 0)$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{a} \qquad \lim_{n\to\infty} |a_n| = |a|$$

$$\lim_{n\to\infty} c \cdot a_n = c \cdot \lim_{n\to\infty} a_n$$

Bekannte Folgen

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to\infty} q^n = 0 \qquad \lim_{n\to\infty} q^n = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to\infty} k = k, k \in \mathbb{R}$$

$$\exp(x) = e^x = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

Reihen

Potenzreihen

Funktionen

Ableitung